

Received:  
March 30, 2020

Accepted:  
April 24, 2020

Published:  
April 30, 2020

## Road network at immediate region of Teófilo Otoni

Magali Maria de Araújo Barroso<sup>1</sup> , Leônidas Conceição Barroso<sup>2</sup> 

<sup>1</sup> International Institute of Informatics and Systemics, Winter Garden, USA.

<sup>2</sup> International Interdisciplinary, Integrated Group, Orlando, USA.

### Email address

magalimabarroso@gmail.com (Magali M.A. Barroso) – Corresponding author.

### Abstract

The road network of the Immediate Region of Teófilo Otoni, located in the northeastern of the state of Minas Gerais, Brazil, is examined. Graph Theory is used to model the problem and its behavior is analyzed based on concepts and operations with elements of this structure. It is possible to observe the vulnerability of the network of paved roads due to the existence a single path between each pair of cities. If dirt roads are also considered, some cities still have a single access, however many of them are connected by two independent routes, making communication more effective.

**Keywords:** Network road, Immediate Region of Teófilo Otoni, Graph, Interdisciplinarity.

## 1. Introdução

Em 2017 o IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2017) definiu uma nova divisão regional dos municípios brasileiros, devido ao “expressivo aumento verificado na diferenciação interna do território brasileiro, como resultado das transformações econômicas, demográficas, políticas e ambientais ocorridas ao longo das últimas décadas”.

“As Regiões Geográficas Imediatas têm na rede urbana o seu principal elemento de referência. Essas regiões são estruturas a partir de centros urbanos próximos para a satisfação das necessidades imediatas das populações, tais como: compras de bens de consumo duráveis e não duráveis; busca de trabalho; procura por serviços de saúde e educação; e prestação de serviços públicos, como postos de atendimento do Instituto Nacional do Seguro Social - INSS, do Ministério do Trabalho e de serviços judiciários, entre outros”. Enquanto que as “Regiões Geográficas Intermediárias correspondem a uma escala intermediária entre as Unidades da Federação e as Regiões Geográficas Imediatas. [...] As Regiões Geográficas Intermediárias organizam o território, articulando as Regiões Geográficas Imediatas por meio de um polo de hierarquia superior diferenciado a partir dos fluxos de gestão privado e público e da existência de funções urbanas de maior complexidade.” (IBGE, 2017).

Nesta nova divisão regional, Teófilo Otoni foi definida como uma Região Geográfica Intermediária contendo 86 municípios, agrupados em 7 Regiões Geográficas Imediatas, a saber: Teófilo Otoni com 27 municípios, Capelinha com 10, Almenara com 14,

Diamantina com 13, Araçuaí com 8, Pedra Azul com 7 e Águas Formosas também com 7 municípios.

A Figura (1) mostra o mapa de localização da região em estudo e apresenta os municípios que a compõem, enumerados de 1 a 27.

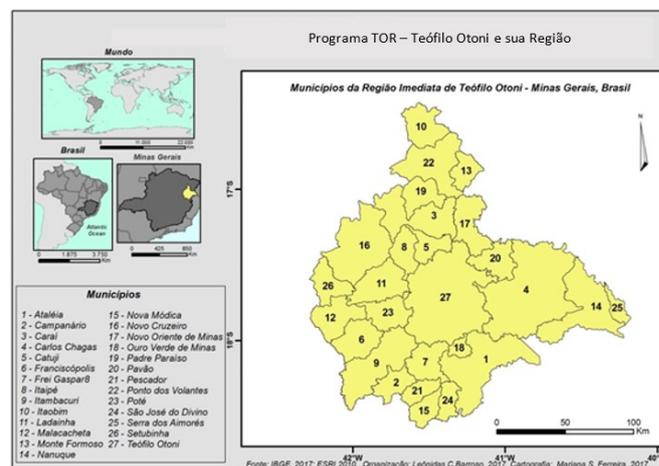


Figura 1 – Mapa de Localização da Região Imediata de Teófilo Otoni (IBGE, 2017).

Segundo Houaiss (2001, p.2585) um “sistema é um conjunto de elementos, concretos ou abstratos, intelectualmente organizados. [...] A inter-relação entre as partes, elementos, unidades que fazem funcionar uma estrutura organizada”. Na maioria das áreas do conhecimento existem sistemas que interligam elementos funcionais e qualquer alteração em um de seus elementos ou conexões altera o sistema.

Os sistemas de Transporte, os sistemas administrativos, os sistemas do corpo humano, os sistemas de comunicação etc, podem ser representados por redes. A Figura (2) mostra o detalhe da Rede Rodoviária do Estado de Minas Gerais que contém a Região Imediata de Teófilo Otoni.

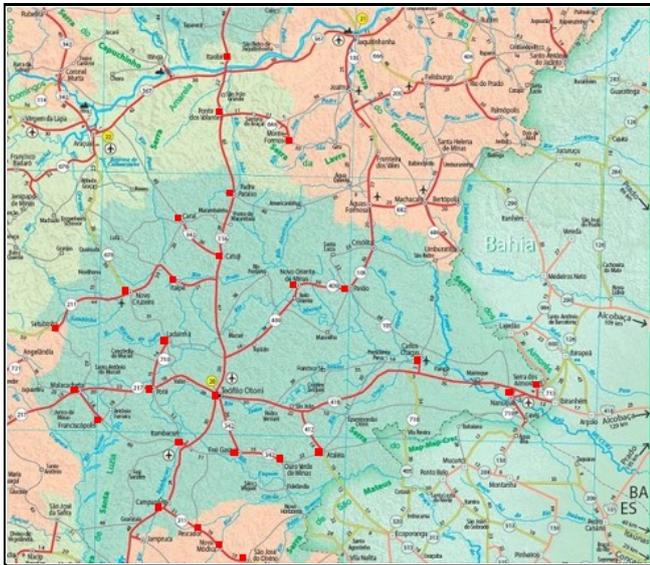


Figura 2 – Detalhe da Rede Rodoviária de Minas Gerais contendo a Região Imediata de Teófilo Otoni (DEER-MG, 2017).

Observando-o destacam-se as quadrículas vermelhas, como as sedes dos municípios da região e as conexões entre eles estão coloridas de vermelho se são realizadas por estradas asfaltadas e de cor cinza, se de terra.

O propósito deste trabalho é analisar a Rede Rodoviária da Região Imediata de Teófilo Otoni.

## 2. Modelagem Matemática

Para analisar matematicamente a rede em estudo, deve-se buscar na teoria alguma estrutura que possa representá-la e se valer de seu arcabouço teórico, já desenvolvido, para verificar a possibilidade de dar a solução ao problema.

Da Figura (2) é possível fazer uma representação sintética da rede rodoviária da região mostrada na Figura (3). Verifica-se que nela podem ser observados dois tipos de círculos: os coloridos de azul correspondendo às sedes dos municípios e, os de amarelo, pontos intermediários, entroncamentos das estradas. As estradas são identificadas por linhas retas, porque no diagrama é irrelevante o traçado real das mesmas, e sim indicar apenas as ligações existentes. As linhas contínuas cinzas e as pontilhadas em terracota são associadas, respectivamente, às estradas asfaltadas e as de terra. Esse diagrama pode ser considerado como uma representação geométrica de uma estrutura matemática, denominada grafo, no qual dois conjuntos o definem, um de vértices  $V$ , finito e não vazio e outro de arestas  $E$ , que são pares não ordenados de elementos de  $V$ , conforme (Barroso, 1998). Nesse caso, o conjunto de vértices  $V$ ,  $V = V_C \cup V_I$ , onde  $V_C$  são vértices associados aos pontos azuis (cidades) e  $V_I$  são vértices associados aos pontos amarelos (intermediários - entroncamentos), e o conjunto de arestas  $E$ ,  $E = E_A \cup E_T$ , sendo  $E_A$  formado pelas arestas

associadas às estradas asfaltadas e  $E_T$  constituído pelas arestas em terracota, que correspondem às estradas de terra. Cada aresta incide nos vértices que a definem, seus extremos. No Grafo  $G(V_C \cup V_I, E_A \cup E_T)$  os vértices de  $V_C$  estão identificados com os números dos municípios indicados na Figura 1. Por exemplo a aresta  $(3,5) \in E_A$  representa a estrada asfaltada que liga as cidades Carai e Catuji. Ela também poderia ser indicada por  $(5,3)$ , já que na estrada pode-se trafegar nos dois sentidos, de 3 para 5 e de 5 para 3. Já a aresta  $(9,7) \in E_T$  representa a estrada de terra entre as cidades de Itambacuri e Frei Gaspar, que também tem sentido duplo. Ao representar a rede rodoviária por um grafo não direcionado, chamado simplesmente por grafo, significa que toda a teoria dos grafos desenvolvida pode ser aplicada na busca da solução do problema.

A primeira pergunta a se fazer quando se estuda essa rede rodoviária é sobre quais aspectos ela deve ser analisada?

Tedesco, Kneib & Radel (2018, p. 2, apud Mello *et al*, 2010) afirmam que as redes podem ser assim classificadas:

- i. Direcionadas ou não direcionadas: se as arestas apresentam, ou não, um sentido definido;
- ii. Ponderadas ou não ponderadas: se existe, ou não, uma escala de “importância” associada às arestas;
- iii. Esparsas ou densas: se as ligações representam uma quantidade pequena ou significativa em relação ao número total de possíveis arestas;
- iv. Conectadas ou não conectadas: se partindo de um vértice consegue-se alcançar todos os demais, ou não;
- v. Dinâmicas ou estáticas: se as redes evoluem, ou não, ao longo do tempo.

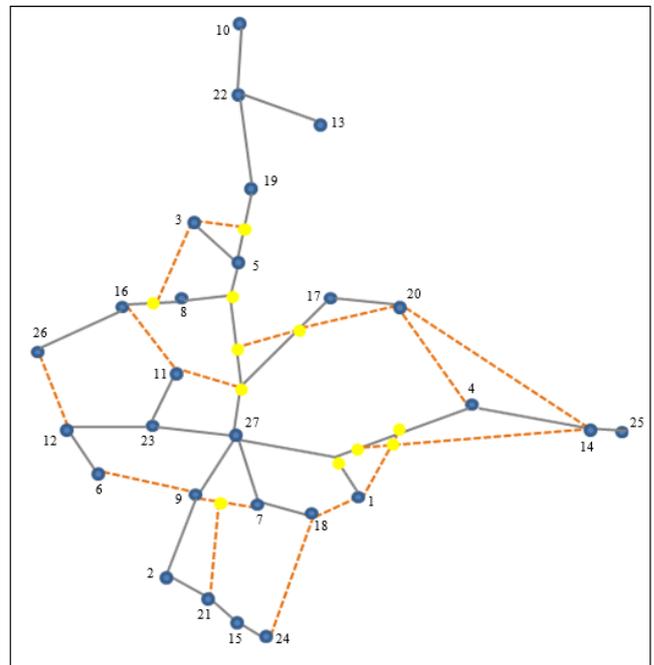


Figura 3 – Grafo  $G(V_C \cup V_I, E_A \cup E_T)$  cujos vértices azuis representam os municípios da Região Imediata de Teófilo Otoni, os amarelos são pontos intermediários de entroncamento das estradas e, as arestas, são as estradas que os ligam, sendo  $E_A$  o conjunto de estradas asfaltadas e  $E_T$ , estradas de terra.

## 2.1. Elementos Teóricos

Para analisar o grafo da Figura 3 segundo essa classificação, torna-se necessária a apresentação de alguns conceitos, encontrados em (Barroso & Barroso, 2013).

Em um grafo  $G(V,E)$  um caminho de comprimento  $k$  de  $v$  a  $w$  é formado por uma sequência de  $k$  arestas distintas  $\langle (v_1, w_1), (v_2, w_2), \dots, (v_k, w_k) \rangle$  atendendo às restrições:

1.  $v_1 = v$ ;
2.  $w_k = w$ ;
3.  $w_i = v_{i+1}$ , para todo  $i = 1, 2, \dots, k-1$ ;

Se existe um caminho entre os vértices  $v$  e  $w$  diz-se que  $v$  alcança  $w$ . Um ciclo é um caminho fechado com três ou mais arestas, ou seja,  $v = w$  e  $k \geq 3$ . Um grafo é conexo se existe um caminho entre todos os pares de vértices, caso contrário é desconexo. Um grafo que não contém ciclos é acíclico. Pode-se associar a cada aresta um valor numérico, e neste caso o grafo é valorado. O grau de um vértice  $v$  é igual ao número de arestas que incidem em  $v$ . O Conjunto dos Vértices Adjacentes a  $v$  é formado pelos vértices que definem arestas com  $v$ , ou seja,  $Adj(v) = \{w, \text{ tal que } (v,w) \in E\}$ . Árvore é um grafo conexo e acíclico. Se o sentido da aresta for relevante, então a estrutura é um digrafo ou grafo direcionado, como por exemplo, a representação de um rio de sua nascente à sua foz, a água passa por vários municípios e sempre sai de um ponto e vai para outro sem nunca percorrer o trajeto inverso. A representação matemática desta rede hidrográfica é um digrafo e suas arestas são representadas por uma seta, indicando o sentido.

A seguir, são apresentadas algumas das principais operações realizadas com vértices e arestas de um grafo  $G(V,E)$  e são indicadas em que condições elas podem ser aplicadas (Barroso, 2007). São elas:

- Inclusão da aresta  $(v,w)$   
Exigência: os vértices  $v$  e  $w$  são diferentes e devem pertencer a  $V$  e a aresta  $(v,w)$  não pertencer a  $E$ .  
Grafo Resultante:  $G+(v,w)$  definido por  $V$  e  $E \cup \{(v,w)\}$ .
- Exclusão da aresta  $(v,w)$   
Exigência: a aresta  $(v,w)$  deve pertencer a  $E$ .  
Grafo Resultante:  $G-(v,w)$  definido por  $V$  e  $E - \{(v,w)\}$ .
- Inclusão do vértice  $v$   
Exigência: o vértice  $v$  não deve pertencer a  $V$ .  
Grafo Resultante:  $G+v$  definido por  $V \cup \{v\}$  e  $E$ .
- Exclusão do vértice  $v$   
Exigência: o vértice  $v$  deve pertencer a  $V$  e  $V - \{v\} \neq \emptyset$ .  
Grafo Resultante:  $G-v$  definido por  $V - \{v\}$  e  $E - \{(v,u), \forall u \in Adj(v)\}$ .

A descrição destas operações sugere mais algumas definições conforme (Szwarcfiter, 1984, p. 53). Um vértice  $v$  de  $G$  é uma articulação se sua exclusão desconecta  $G$ . Uma aresta é denominada ponte se sua exclusão desconecta  $G$ . Um grafo que não possui vértices de grau 1 e nem articulações é biconexo por vértices e se ele não possui pontes é biconexo por aresta.

Em um grafo biconexo existem dois caminhos disjuntos, isto é, sem arestas em comum, entre cada par de seus vértices. Um subgrafo de  $G(V,E)$  é um grafo cujos conjuntos de vértices e arestas são, respectivamente, subconjuntos de  $V$  e  $E$ . Componentes conexos (biconexos)

são subgrafos maximais de  $G$ , que preservam a propriedade de serem conexos (biconexos). Um subgrafo  $S$  de  $G$  é dito maximal segundo uma propriedade  $P$ , se  $G$  não possui subgrafos que contenham  $S$  e satisfazem  $P$ .

## 2.2. Análise dos grafos que representam a rede

Como na situação atual existem dois tipos de vértices e de arestas, o ideal será considerar dois grafos em separado. Em ambos é interessante escolher como conjunto de vértices as sedes dos municípios e dentre os pontos intermediários de entroncamentos apenas os relevantes. O primeiro terá como conjunto de arestas apenas as asfaltadas e no segundo todas elas. Desta forma tem-se:  $G_1(V=V_C \cup \{28,29,30\}, E_A)$  e  $G_2(V=V_C \cup \{28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38\}, E_A \cup E_T)$ . As figuras (4) e (5) contêm as representações geométricas de  $G_1$  e  $G_2$ .

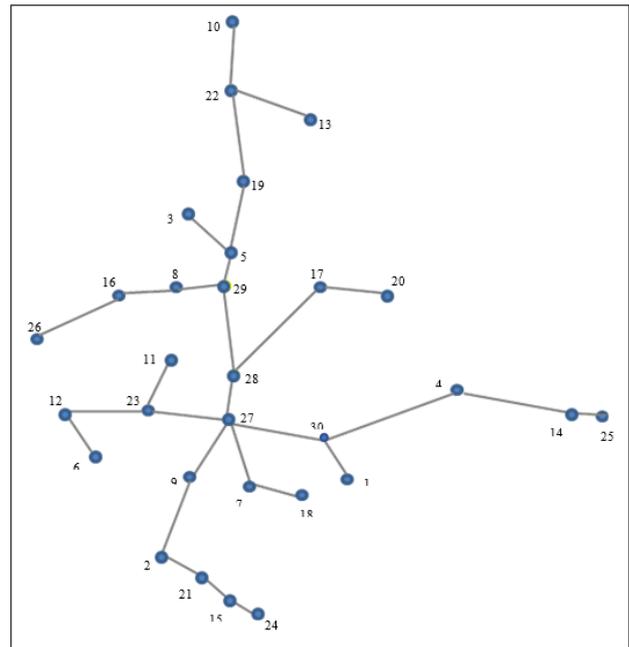


Figura 4 – Grafo  $G_1(V=V_C \cup \{28,29,30\}, E_A)$ .

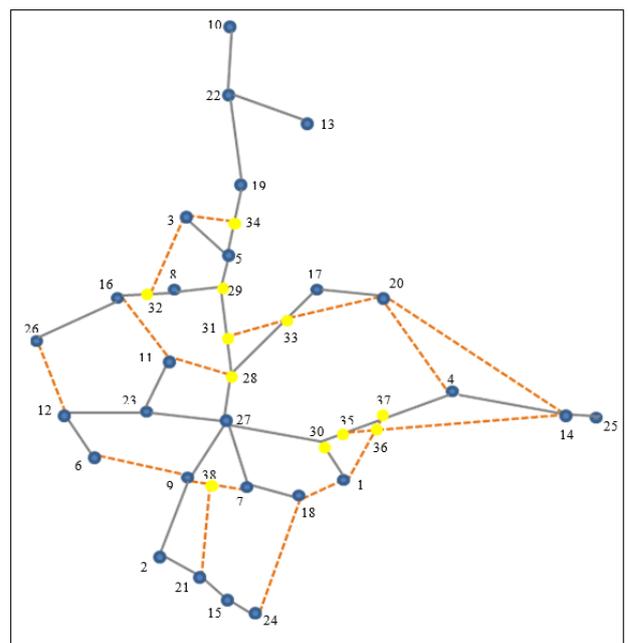


Figura 5 – Grafo:  $G_2(V=V_C \cup \{28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38\}, E_A \cup E_T)$ .

Finalizando a Modelagem Matemática, deve-se colocar a análise da Rede Rodoviária da Região Imediata de Teófilo Otoni, conforme a classificação sugerida por Tedesco, Kneib e Radel (2018).

Em termos da Teoria dos Grafos é necessário verificar se os grafos  $G_1$  e  $G_2$  possuem aqueles requisitos, isto é:

- i. Trata-se de um grafo ou digrafo?
- ii. Que valores poderiam ser atribuídos às arestas para que o grafo fosse valorado?
- iii. O número de arestas está associado aos graus dos vértices, portanto é possível analisar a densidade do grafo pelos graus. Qual a relação entre os graus dos vértices e o número total de vértices. O grafo é denso ou esparso? Qual deles possui maior grau?
- iv. O grafo é conexo ou desconexo? Seria interessante observar, neste caso, se o grafo é biconexo e, em negativo, quais são seus componentes biconexos.
- v. Há alteração das arestas ao longo do tempo?

### 3. Resultados e discussão

Analisando os requisitos:

- i. Trata-se de um grafo ou digrafo?  
Como as estradas possuem os dois sentidos direcionais de trânsito, pode-se considerar como um digrafo que teria duas arestas, uma para cada sentido, entretanto, sendo este fato comum a todas as estradas, basta considerá-las desprovidas de sentido, o que indica que nela pode-se trafegar nos dois sentidos e a estrutura é um grafo.
- ii. Que valores poderiam ser atribuídos às arestas para que o grafo fosse valorado?  
Na situação problema não foram especificados valores para as arestas, no entanto há a possibilidade de atribuí-los, conforme a questão a ser respondida. A elas poderia associar um custo como a distância entre as duas cidades, o tempo de percurso entre uma e outra ou o custo da passagem de ônibus, ou ainda a condição de trafegabilidade. Neste sentido, seria interessante assumir que todas as estradas asfaltadas teriam custo 1 e as de terra um custo superior, dependendo de vários fatores ou ainda dos acidentes geográficos nela encontrados, tais como, relevo, rios etc, as asfaltadas poderiam ter custos diferenciados e as de terra sempre superiores a estes. Esta tarefa cabe aos profissionais de Engenharia de tráfego, que se inclui na Engenharia de Transporte.
- iii. Qual a relação entre os graus dos vértices e o número total de vértices. O grafo é denso ou esparso? Qual vértice possui maior grau?  
Observando a Tabela 1, verifica-se em ambos os grafos que a relação é pequena entre o graus dos vértices e o número total de vértices. Os graus variam de 1 a 5 e sendo 27 vértices, a razão entre eles seria de 0,037 a 0,185. Se o grafo fosse completo, isto é, se existisse uma aresta entre cada par de vértices, o grau de todos eles seria igual a 26 e a razão chegaria a 0,963. Conclui-se que a razão pode variar de zero a

aproximadamente 1. Quanto mais próxima de 1 forem tais razões mais denso é o grafo. Os grafos em questão são esparsos, ou seja, há poucas arestas. O vértice 27 de grau 5, apresenta o maior grau. Ele está diretamente ligado por arestas cinzas aos vértices 7, 9, 23, 28 e 30, entretanto 28 e 30 são vértices intermediários. As arestas (27,28) e (27,30) dão acesso, respectivamente, aos pares de vértices 17 e 29, 1 e 4.

Tabela 1 – Graus dos vértices associados às sedes dos municípios nos grafos  $G_1$  e  $G_2$ .

Vértices v	Grau(v) em $G_1$	Grau(v) em $G_2$
1	1	3
2	2	2
3	1	3
4	2	3
5	3	3
6	1	2
7	2	3
8	2	2
9	2	4
10	1	1
11	1	3
12	2	3
13	1	1
14	2	4
15	2	2
16	2	3
17	2	2
18	1	3
19	2	2
20	1	4
21	2	3
22	3	3
23	3	3
24	1	2
25	1	1
26	1	2
27	5	5

- iv. O grafo é conexo ou desconexo?  
Existem algoritmos eficientes (Szwarcfiter, 1984) para verificar a conexidade de grafos, basta partir de um vértice arbitrário e verificar se consegue alcançar todos os demais por meio de um caminho. Os grafos  $G_1$  e  $G_2$  são conexos.  $G_1$ , entretanto, é uma árvore, porque ele é conexo e acíclico. Nas árvores, os vértices de grau 1 são denominados folhas. Ao excluí-los os grafos remanescentes permanecem conexos, entretanto se o grau do vértice for superior a 1, ele é um ponto de articulação e sua exclusão desconecta o grafo. Observando a Figura 4 e a Tabela 1, os vértices do conjunto {1, 3, 6, 10, 11, 13, 18, 20, 24, 25, 26} são folhas. Caso qualquer deles seja removido tem-se um novo grafo, diferente do anterior por ter outro conjunto de vértices e arestas, entretanto continua sendo conexo e acíclico, portanto árvore. Porém se excluir qualquer um dos vértices de {2, 4, 5, 7, 8, 9, 12, 14, 15, 16, 17, 19, 21, 22, 23, 27, 28, 29, 30}, o grafo resultante se altera e fica desconexo, sendo denominado uma floresta, já que os componentes conexos resultantes, permanecem sendo árvore. As árvores têm a propriedade de que existe um único

caminho entre cada par de seus vértices. Uma rede de estradas com esta configuração de  $G_1$  é minimamente conectada, portanto vulnerável. Qualquer acidente natural ou não que ocorra em uma das estradas ou se de alguma forma uma cidade ficar isolada, a rede perde sua funcionalidade e as cidades de dois componentes distintos deixam de se comunicar. A Figura (6) mostra a floresta remanescente pela exclusão do vértice 27, lembrando que ao excluir um vértice, todas as arestas que nele incidem também são removidas.

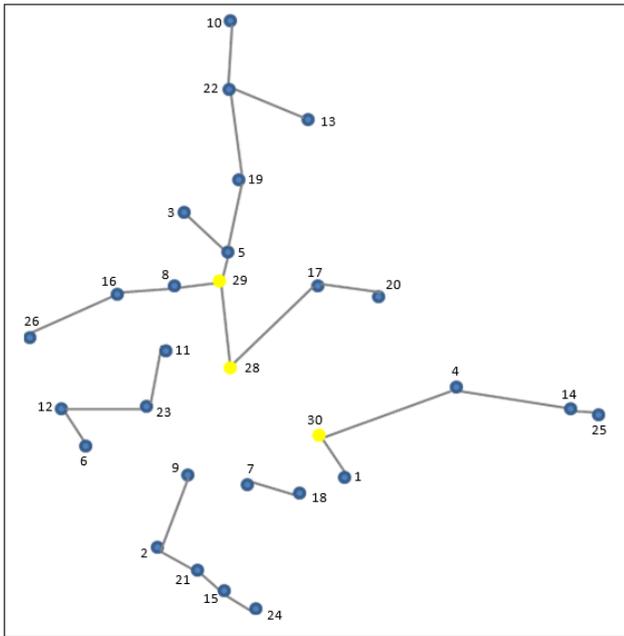


Figura 6 – Floresta resultante da exclusão do vértice 27 da árvore do grafo  $G_1$ .

Observe-se que a exclusão do vértice 27 deu origem a uma floresta com 5 (cinco) componentes conexos que são árvores. Os vértices de cada componente só têm acesso aos outros dele próprio. Dois vértices quaisquer de componentes distintos ficam sem comunicação por estrada asfaltada.

A Tabela 2 mostra os cinco componentes com seus conjuntos de vértices. Note-se que foram considerados apenas os vértices representativos das cidades. Estes componentes são disjuntos, isto é, não possuem vértices em comum. Entre os vértices do componente  $C_1$  e  $C_2$ , existem  $n_1 \times n_2 = 2 \times 5 = 10$  vértices sem conexão, onde  $n_i$  é o número de vértices de  $C_i$ .

Tabela 2 – Componentes do grafo resultante após a exclusão do vértice 27.

i	Compo nente $C_i$	Vértices $V_i$	$n_i$ é a cardinalidade de $V_i$
1	$C_1$	{7,18}	2
2	$C_2$	{2,9,15,21,24}	5
3	$C_3$	{6,11,12,23}	4
4	$C_4$	{3,5,8,10,13,16,17,19,20,22,26}	11
5	$C_5$	{1,4,14,25}	4

Repetindo o mesmo raciocínio para as demais duplas de componentes e somando as parcelas, tem-se o total de 247 pares de vértices sem conexão.

Este número pode ser obtido pela Fórmula 1:

$$\sum_{i=1}^4 (n_i \times \sum_{j=i+1}^5 n_j) \tag{1}$$

Já no grafo  $G_2$ , os vértices do conjunto {10, 13, 25} possuem grau 1. Se qualquer deles for excluído, o grafo altera, mas continua conexo. Caso uma das arestas neles incidentes: (10,22), (22,13) ou (14,25), por serem pontes, se for excluída o grafo desconecta. Os vértices do conjunto {14, 19, 22, 34} são pontos de articulação e se qualquer deles for excluído desconecta o grafo. Caso alguma das arestas de {(22,10), (22,19), (22,13), (19,34), (14,25)} for excluída também o grafo resultante é desconexo, por serem pontes. Entretanto o subgrafo formado pelo conjunto de vértices  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38\}$  e pelas arestas que os conectam é biconexo, já que entre dois vértices quaisquer existem pelo menos dois caminhos disjuntos que os ligam. Por exemplo, entre os vértices 27 e 3 existem vários caminhos disjuntos, dois deles são:

1.  $\langle (27,28),(28,31),(31,29),(29,5),(5,3) \rangle$ ;
2.  $\langle (27,23),(23,11),(11,16),(16,32),(32,3) \rangle$ .

Pode-se verificar que este fato acontece com todos os pares de vértices do conjunto  $U$ . Existem algoritmos eficientes (Szwarcfiter, 1984) para verificar se um grafo é biconexo. A rede de estradas representada pelo subgrafo supra citado é mais eficiente por ter pelo menos dois caminhos disjuntos que conecta qualquer par de seus vértices.

v. Há alteração das arestas ao longo do tempo?

Neste caso, pode-se pensar em futuros asfaltamentos das estradas de terra, o que alteraria a configuração da rede rodoviária. Outro fator que contribuiria para mudar sua configuração seria a ocorrência de algum fenômeno climático ou geológico, tornando inviável o tráfego em algumas das estradas. Também o custo das arestas poderia ser alterado, conforme o horário, se nelas ocorresse uma circulação mais intensa de veículos.

#### 4. Conclusão

Neste trabalho foi realizada a análise da Rede Rodoviária da Região Imediata de Teófilo Otoni por meio de Teoria dos grafos. Foram observados alguns requisitos de classificação da referida rede, estudando-se dois grafos. Para obter o primeiro deles considerou-se apenas as arestas associadas às estradas asfaltadas e seus vértices extremos e, no outro, incluíram-se as arestas relacionadas às estradas de terra e seus vértices extremos. Verificou-se que a rede de estradas asfaltadas liga todos os pares de municípios da região, embora seja vulnerável, já que existe um único trajeto que conecta cada par de cidades.

A malha rodoviária é composta pelas seguintes estradas:

1. BR 116, que conecta o Rio de Janeiro a Salvador, no sentido Sul-Norte, ligando as cidades de Campanário, Itambacuri, Teófilo Otoni, Catuji, Padre Paraíso, Ponto dos Volantes e Itaobim;

2. MG 217 que liga Teófilo Otoni à cidade de Água Boa, no sentido Leste-Oeste, passando por Poté e Malacacheta;
3. BR 418 que conecta Teófilo Otoni ao litoral baiano, no sentido Oeste-Leste, ligando Carlos Chagas, Nanuque e Serra dos Aimorés;
4. MG 311 que conecta a BR 116 a Pescador, Nova Módica e São José do Divino;
5. BR 342 que faz a ligação de Teófilo Otoni a Frei Gaspar e Ouro Verde de Minas;
6. MG 412 liga a BR 418 a Ataléia;
7. MG 710 que conecta a MG 217 a Poté e Ladainha.

A ligação entre Teófilo Otoni, chamada Capital Mundial das Pedras Preciosas, e as cidades vizinhas, por estradas asfaltadas, denota sua importância no cenário do nordeste mineiro. Ela se liga à Ataléia e Carlos Chagas, tendo um trecho de estrada em comum entre Teófilo Otoni e o entroncamento de número 30 da MG 418; a Catuji, Itaipé e Novo Oriente de Minas também têm o trecho em comum de Teófilo Otoni ao entroncamento 28 na BR 116; as estradas entre Teófilo Otoni a Frei Gaspar, Itambacuri e Poté são diretas, sem entroncamentos. Teófilo Otoni é a cidade de maior hierarquia da região em relação a este quesito. Além disso, é polo de educação superior, saúde e de outros serviços, o que confirma, sua atribuição como cidade que define uma região imediata e também uma intermediária.

A exclusão de Teófilo Otoni, representada pelo vértice 27 (Figura 5), ocasionaria a desconexão da malha rodoviária, deixando 247 pares de cidades sem comunicação por estradas asfaltadas.

Já a rede mista apresentada pelo grafo  $G_2$  possui municípios com apenas uma estrada conectando-os às demais, tais como, Itaobim, Monte Formoso, Padre Paraíso, Ponto dos Volantes e Serra dos Aimorés, entretanto há um conjunto de cidades conectadas por pelo menos dois trajetos independentes, ou seja, mesmo se um dos trajetos for comprometido os pares de cidades deste conjunto continuam interligados. São elas: Ataléia, Campanário, Carai, Carlos Chagas, Catuji, Franciscópolis, Frei Gaspar, Itaipé, Itambacuri, Ladainha, Malacacheta, Nanuque, Nova Módica, Novo Cruzeiro, Novo Oriente de Minas, Ouro Verde de Minas, Pavão, Pescador, Poté, São José do Divino, Setubinha e Teófilo Otoni. Esta subrede é menos vulnerável que a de estradas asfaltadas.

## 5. Agradecimento

Os autores agradecem à Dr.<sup>a</sup> Mariana da Silva Ferreira pela elaboração do mapa da Figura 1.

## Referências

- Barroso, L.C. e Barroso, M.M.A. 2013. *Estudo da Rede Rodoviária da Mesorregião do Vale do Mucuri-MG por meio de Teoria dos grafos*. In: Décima Segunda Conferência Iberoamericana em Sistemas, Cibernética e Informática (CISCI 2013), 1, pp.186-191. [online] Disponível em: <<https://leonidasbarroso.academia.edu/research/artigosobreovaledomucuri>>. [Acessado 20 março 2020].
- Barroso, M.M.A., 1998. *A Matemática na Limpeza Urbana: trajeto ótimo do caminhão de lixo*. Minicurso. In: XXI

- Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional. Caxambu, SBMAC, 1998.
- Barroso, M.M.A., 2007. *Operações em Grafos e Aplicações*. In: VII Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional. In: VII Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional. Uberlândia: SBMAC - UFU.
- DEER-MG – Departamento de Edificações e Estradas de Rodagem de Minas Gerais, 2017. *Mapa Rodoviário do Estado de Minas Gerais 2017*. [online] Disponível em: <[http://www.deer.mg.gov.br/mapa\\_internet/download/poster\\_2017.pdf](http://www.deer.mg.gov.br/mapa_internet/download/poster_2017.pdf)>. [Acessado 20 março 2020].
- Houaiss, A., 2001 *Sistema*. Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa. 2001. Rio de Janeiro: Editora Objetiva, 2001, 2922p.
- IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2017. *Divisão Regional do Brasil em Regiões Geográficas Imediatas e Regiões Geográficas Intermediárias*. Rio de Janeiro: IBGE.
- Szwarcfiter, J.L., 1984. *Grafos e Algoritmos Computacionais*. 1984. Rio de Janeiro: Editora Campus.
- Tedesco, G.M.I., Kneib, E.C. e Radel, E., 2018. *Racionalização de Redes de Transporte Rodoviário de Passageiros – um estudo aplicado ao transporte intermunicipal*. In: Congresso de Ensino e Pesquisa de Transporte.