



Received:  
January 21, 2022

Accepted:  
April 28, 2022

Published:  
April 30, 2022

## Analysis Using the Weibull Distribution in the Evaluation of the Quality of Red Ceramic Incorporated with Sugar Cane Bagasse Ash

Bruno Carlos Alves Pinheiro<sup>1</sup> , João Paulo Silva Martins<sup>1</sup> 

<sup>1</sup> Universidade do Estado de Minas Gerais (UEMG), Ubá, Brasil.

### Email address

bruno.pinheiro@uemg.br (Bruno C. A. Pinheiro) – Corresponding author.  
joao.0993056@discente.uemg.br (João P. S. Martins)

### Abstract

The quality of incorporate red ceramic with 10% sugar cane bagasse ash using the Weibull distribution is investigated. Emphasis was given the influence of the grain size of the sugar cane bagasse ash in the resistance for diametrical compression. Three different sugar cane bagasse ash grain sizes were used: 150  $\mu\text{m}$  (100 mesh), 75  $\mu\text{m}$  (200 mesh) and 44  $\mu\text{m}$  (325 mesh). Samples were prepared by uniaxial pressing and sintered at 950 °C. The following Weibull parameters were obtained: Weibull module (m), characteristic resistance ( $\sigma_0$ ) and correlation coefficient (R). The results indicated that the red ceramic MC 325 presented better quality in terms of the mechanical behavior determinate through resistance for diametrical compression.

**Keywords:** Weibull, Waste, Quality, Ash.

## 1. Introdução

A resistência mecânica é considerada uma das propriedades mais importantes dos materiais cerâmicos, principalmente, aqueles utilizados na construção civil. Entretanto, os materiais cerâmicos possuem deformação plástica muito limitada. Isso confere a esses materiais a natureza frágil, tornando-os sensíveis a presença de defeitos microestruturais tais como poros. De uma maneira geral, o tipo de estrutura que constitui os materiais cerâmicos, faz com que um pequeno defeito pontual possa comprometer a sua integridade mecânica e, conseqüentemente, a sua qualidade (Tavares et al., 2014).

A distribuição, o tamanho e a geometria desses defeitos acabam determinando a resistência mecânica dos materiais cerâmicos (Fonseca et al., 2015). De fato, os materiais cerâmicos, quando submetidos a ensaios de resistência mecânica, apresentam uma significativa dispersão nos resultados obtidos devido a sua natureza frágil (Campos, Sousa e Fernandes, 2020).

Devido ao caráter probabilístico da influência direta dos defeitos estruturais na resistência

mecânica dos materiais cerâmicos, ou seja, da dependência do comportamento mecânico em relação aos defeitos estruturais, o físico sueco Wallodi Weibull desenvolveu um tratamento estatístico (distribuição de Weibull) que pode ser aplicado para prever o comportamento mecânico e a qualidade de materiais frágeis (Fonseca et al., 2015)

A distribuição de Weibull é utilizada em análise de engenharia de confiabilidade. Isso se deve as suas características especiais e a sua capacidade de se adequar a diferentes áreas (Rocha e Moraes, 2020). De fato, a distribuição de Weibull se tornou uma ferramenta eficiente e poderosa para tratar dados obtidos em ensaios mecânicos de materiais frágeis (Campos, Sousa e Fernandes, 2020).

Segundo Campos, Sousa e Fernandes (2020), Weibull utilizou-se de uma teoria baseada no elo mais fraco de uma corrente. De acordo com a teoria, as correntes nunca serão mais resistentes do que seu elo mais fraco, e se romperão neste ponto. Assim, Weibull propôs que a probabilidade de ruptura (P) é proporcional a uma função de tensão ( $\sigma$ ) e do volume do corpo, sendo expressa por:

$$P = \int_V f(\sigma) dV \quad (1)$$

Tendo uma expressão particular para  $f(\sigma)$ ,

$$f(\sigma) = \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m \quad (2)$$

em que  $\sigma_0$  é a resistência característica do material. Ela depende da função de distribuição, e  $m$  representa o módulo de Weibull, o qual está relacionado a homogeneidade do material.

O módulo de Weibull é um parâmetro adimensional e, como mencionado acima, fornece um indicativo da homogeneidade, da confiabilidade e, conseqüentemente, da qualidade do material. Além disso, ele fornece a dispersão dos valores da resistência mecânica. Se  $m$  tende a zero,  $\sigma$  tende a 1, e assim a probabilidade de ruptura atinge 100 % para os valores de tensão. Com isso, o material é tão frágil que qualquer valor de tensão é capaz de levá-lo a fratura ou rompimento. Se  $m$  tende ao infinito, o material rompe-se somente para valores iguais ou maiores a  $\sigma_0$ . Isso é importante pois sugere que todos os defeitos estão igualmente distribuídos. Assim, a expressão obtida para a probabilidade de fratura acumulada é dada por:

$$P = 1 - e \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m \quad (3)$$

A expressão (3) pode ser transformada em uma equação de reta, tendo como resultado a equação abaixo:

$$\ln \left(\ln \frac{1}{1-p}\right) = m(\ln \sigma) - m(\ln \sigma_0) \quad (4)$$

Através da regressão linear é possível determinar os dois parâmetros importantes, a saber: módulo de Weibull ( $m$ ) e a resistência característica ( $\sigma_0$ ). O valor de  $P$ , conhecido como probabilidade de falha, é calculada utilizando estimadores. De acordo com Campos, Sousa e Fernandes (2020), os estimadores mais conhecidos e mais utilizados são:

$$P = \frac{j-0,5}{n} \quad (5)$$

$$P = \frac{j}{n+1} \quad (6)$$

em que  $n$  é o número de amostras e  $j$  a variação de 1 até  $n$ . Agora, de acordo com Campos, Sousa e

Fernandes (2020), em um conjunto de amostras com número reduzido, o estimador que leva a um menor desvio em relação ao valor ideal é dado por:

$$P = \frac{j-0,3}{n+0,4} \quad (7)$$

A análise de resultados de resistência mecânica por compressão diametral, utilizando a distribuição de Weibull, para fins da avaliação da qualidade de peças cerâmicas incorporadas com resíduos sólidos industriais não é muito comum. Sendo assim, o presente trabalho tem como objetivo principal avaliar a qualidade, em termos da resistência mecânica por compressão diametral, de de cerâmica vermelha incorporada com cinza de bagaço de cana de açúcar utilizando a distribuição de Weibull. Ênfase é dada a influência da granulometria da cinza no comportamento mecânico das peças cerâmicas.

## 2. Materiais e Métodos

No presente trabalho foi utilizada uma massa de cerâmica vermelha para a fabricação de telhas incorporada com 10 % em peso de cinza de bagaço de cana de açúcar. Ênfase foi dada ao efeito da granulometria da cinza na resistência mecânica das peças cerâmicas. Sendo assim, foram formuladas três massas cerâmicas contendo 10 % em peso de cinza de bagaço de cana de açúcar com granulometria 100 mesh (150  $\mu\text{m}$ ), 200 mesh (75  $\mu\text{m}$ ) e 325 mesh (44  $\mu\text{m}$ ). A Tabela (1) apresenta as composições formuladas bem como a granulometria da cinza de bagaço de cana de açúcar incorporada em cada massa cerâmica.

Tabela 1 – Composições das massas cerâmicas formuladas.

Massas formuladas	Argila (% em peso)	Cinza de bagaço de cana de açúcar (% em peso)	Granulometria da cinza ( $\mu\text{m}$ )
MC 100	90	10	150
MC 200	90	10	75
MC 325	90	10	44

Corpos de prova cilíndricos ( $\phi = 30 \text{ mm}$ ) foram preparados por prensagem uniaxial com pressão de compactação de 2 ton. Os corpos cerâmicos foram secos em estufa de laboratório a 110 °C por 24 h e sinterizados a uma temperatura de 950 °C. Após sinterização, foi determinada a compressão diametral (Júnior, 2000).

Os dados experimentais de resistência mecânica por compressão diametral foram tratados estatisticamente por meio da distribuição de Weibull. Os parâmetros importantes da distribuição de Weibull (módulo de Weibull ( $m$ ) e resistência característica ( $\sigma_0$ )) foram estimados através de um modelo que faz uso de um método de regressão linear seguindo os passos descritos abaixo de acordo com Pinheiro, Estevão e Vitor (2014):

- Ordenação de forma crescente dos valores de tensão de ruptura por compressão diametral obtidos para cada amostra;
- Cálculo do ranking mediano para cada observação, usando o estimador apresentado na equação 5. O tamanho de amostra utilizado foi  $n = 30$ ;
- Cálculo do logaritmo natural da tensão de ruptura por compressão diametral  $\ln(\sigma)$  para cada observação (amostra);
- Cálculo do logaritmo natural do logaritmo natural do inverso de 1 menos o ranking mediano de cada observação ( $\ln[\ln(1/1-P)]$ );
- Construção dos gráficos com  $\ln(\sigma)$  no eixo das abscissas ( $x$ ) e ( $\ln[\ln(1/1-P)]$ ) no eixo das ordenadas ( $y$ );
- E por fim, determinação do módulo de Weibull ( $m$ ) através da tangente da curva de ( $\ln[\ln(1/1-P)]$ ) em função de  $\ln(\sigma)$ .

Foram utilizados os seguintes softwares: i) Excel, para o cálculo dos dados descritos acima na forma de tabela e, ii) Origin 8.0, para a construção dos gráficos e análises de regressão linear.

#### 4. Resultados e discussão

A Tabela (2) apresenta os resultados da resistência mecânica por compressão diametral em função da granulometria da cinza de bagaço de cana de açúcar incorporada nas massas cerâmicas.

Tabela 2 – Resistência mecânica por compressão diametral das massas cerâmicas formuladas.

Massas formuladas	Resistência mecânica por compressão diametral (MPa)	Granulometria da cinza ( $\mu\text{m}$ )
MC 100	$7,90 \pm 0,95$	150
MC 200	$9,05 \pm 0,72$	75
MC 325	$9,60 \pm 0,43$	44

A resistência mecânica a compressão é considerada uma das propriedades mais importantes

para os materiais cerâmicos tradicionais utilizados na construção civil. Esta propriedade é utilizada nas normas técnicas para padronizar e qualificar os produtos de cerâmica vermelha. Pode ser observado na Tabela (2) que a resistência mecânica por compressão diametral aumenta à medida em que a granulometria da cinza de bagaço de cana de açúcar se desloca para uma distribuição de tamanho de partículas mais fina (menor tamanho de partículas). O menor tamanho de partículas proporciona maior formação de fase líquida durante a sinterização. Essa fase líquida preenche os poros e rearranja as partículas sólidas levando a estrutura para uma configuração mais densa, menos porosa e, principalmente, mais resistente.

Provavelmente, o fator principal para o aumento da resistência mecânica em materiais de cerâmica vermelha é a redução da porosidade aberta no interior do corpo cerâmico. De acordo com Pinheiro e Holanda (2010), isso indica que dependendo do tipo de material de cerâmica vermelha a ser desenvolvido ocorre a necessidade de se controlar o nível de porosidade aberta. A importância de se controlar o nível de porosidade aberta está relacionada com o efeito negativo que ela provoca na resistência mecânica dos materiais. Esse efeito está associado a dois fatores fundamentais: i) os poros reduzem a área de seção transversal na qual a carga é aplicada, e ii) os poros atuam como concentradores/amplificadores de tensão.

A Tabela (3) apresenta os resultados obtidos para as estimativas dos parâmetros de Weibull das massas cerâmicas estudadas.

Tabela 3 – Parâmetros estatísticos estimados das massas formuladas

Massas Cerâmicas	Módulo de Weibull ( $m$ )	Resistência Característica ( $\sigma_0$ - MPa)	Coefficiente de Correlação ( $R$ )
MC 100	7,22	6,34	0,84
MC 200	7,84	6,86	0,89
MC 325	8,68	7,84	0,92

É importante observar na Tabela (3) que os valores do coeficiente de correlação ( $R$ ) são próximos de 1. Isso indica que os dados experimentais de resistência mecânica por compressão diametral para os corpos cerâmicos estudados no presente trabalho são ajustados de acordo com a teoria de Weibull. Além disso, eles

podem ser representados por uma equação de primeiro grau. Os valores do coeficiente (R) obtidos, indicam a validade do uso da distribuição de Weibull na avaliação do comportamento mecânico e, conseqüente, da qualidade dos corpos cerâmicos estudados.

O módulo de Weibull (m) se constitui num valioso critério para a determinação da qualidade de corpos cerâmicos. Pode ser considerado como um parâmetro de risco de ruptura. É um parâmetro aditivo que é capaz de caracterizar o espalhamento dos dados de resistência mecânica por compressão diametral dos corpos cerâmicos.

Pode ser observado a partir da Tabela (3) que os valores do módulo de Weibull obtidos estão compreendidos na faixa de 7,22 a 8,68. Esses valores estão situados dentro da faixa para materiais cerâmicos ( $3 < m < 15$ ) (Pinheiro e Holanda, 2010). Pode ser observado que o efeito da granulometria da cinza de bagaço de cana de açúcar foi o de aumentar o módulo de Weibull dos corpos cerâmicos estudados. A medida que se diminui o tamanho de partícula da cinza de bagaço de cana de açúcar aumenta-se o valor do módulo de Weibull. Isso indica que a dispersão dos dados de resistência mecânica por compressão diametral é menor para os corpos cerâmicos contendo a cinza com granulometria na faixa de 44  $\mu\text{m}$ . Isso sugere que os corpos cerâmicos da massa MC 325 são mais confiáveis, apresentando maior reprodutibilidade (qualidade) com relação ao comportamento mecânico. Esses dados estão em acordo com os dados de resistência mecânica por compressão diametral apresentados na Tabela (2).

A resistência característica ( $\sigma_0$ ) é um parâmetro de localização no qual a probabilidade de falha é de 63,2 %. Esse parâmetro define o quão baixo ou quão alto é o valor da resistência mecânica por compressão diametral dos corpos cerâmicos estudados. É desejável que o valor da resistência característica seja o maior possível.

Conforme apresentado na Tabela (3) a resistência característica aumenta com a diminuição do tamanho de partículas da cinza de bagaço de cana de açúcar incorporada. Pode-se notar que a massa MC 325 apresentou o maior valor de resistência característica ( $\sigma_0 = 7,84$ ). Isso sugere que a probabilidade de falha é menor para os corpos cerâmicos da massa MC 325. Esse comportamento pode estar relacionado com a formação de uma estrutura mais regular e homogênea promovida pela incorporação da cinza de bagaço de cana de açúcar

com distribuição de tamanho de partículas mais fina (44  $\mu\text{m}$ ). Esses resultados corroboram com os resultados do módulo de Weibull e com os resultados de resistência mecânica por compressão diametral.

A partir da distribuição de Weibull foi possível avaliar a influência da granulometria da cinza de bagaço de cana de açúcar na qualidade (confiabilidade e reprodutibilidade), em termos do comportamento mecânico, representado pela resistência mecânica por compressão diametral, de uma massa cerâmica utilizada para a fabricação de telhas contendo 10 % em peso de cinza de bagaço de cana de açúcar.

Essa análise foi de grande importância, pois permitiu levar em consideração a dispersão existente nos valores experimentais da resistência mecânica por compressão diametral. Assim, o módulo de Weibull e a resistência característica se constituíram em parâmetros valiosos para a determinação da qualidade dos corpos cerâmicos bem como das massas cerâmicas estudadas.

Com base nos resultados obtidos, a massa cerâmica contendo 10 % em peso de cinza de bagaço de cana de açúcar com granulometria na faixa de 44  $\mu\text{m}$  (massa cerâmica - MC 325) apresentou menor dispersão dos valores de resistência mecânica por compressão diametral e menor probabilidade de fratura. Isso indica que essa massa cerâmica apresenta maior confiabilidade, maior reprodutibilidade e, conseqüentemente, maior qualidade, em termos do seu comportamento mecânico do que as massas cerâmicas MC 100 e MC 200.

## 6. Conclusões

Baseado nos resultados obtidos e apresentados neste trabalho, foi possível verificar, a partir da distribuição de Weibull, que a massa cerâmica contendo 10 % em peso de cinza de bagaço de cana de açúcar com granulometria na faixa de 44  $\mu\text{m}$  (massa MC 325) apresentou melhor qualidade (reprodutibilidade/confiabilidade), em termos do comportamento mecânico dado pela resistência mecânica por compressão diametral.

Os coeficientes de correlação R obtidos (R  $\rightarrow$  1) indicam que a resistência mecânica por compressão diametral se ajusta de acordo com a distribuição de Weibull para as condições estudadas. Os resultados indicam a validade do

modelo estatístico utilizado na avaliação da qualidade dos corpos cerâmicos estudados.

Os valores do módulo de Weibull ( $m$ ) obtidos (7,22 – 8,68) estão compreendidos dentro da faixa esperada para materiais cerâmicos. A diminuição da granulometria da cinza de bagaço de cana de açúcar tende a aumentar o módulo de Weibull. A massa cerâmica MC 325 apresentou o maior valor de módulo de Weibull ( $m = 8,68$ ). Isto significa que dentre as peças cerâmicas avaliadas, aquelas da massa MC 325 são mais homogêneas quanto aos defeitos (poros), apresentando maior reprodutibilidade, maior confiabilidade e maior qualidade com relação ao comportamento mecânico.

A resistência característica ( $\sigma_0$ ) foi maior para os corpos cerâmicos da massa MC 325. Isso indica que a probabilidade de falha é menor para os corpos cerâmicos da massa MC 325 do que para as massas cerâmicas MC 100 e MC 200. Esses resultados são importantes, pois confirmam a melhor qualidade, em termos de comportamento mecânico dado pela resistência mecânica a compressão diametral, dos corpos cerâmicos da massa cerâmica MC 325.

## 7. Agradecimentos

Os autores agradecem a Universidade do Estado de Minas Gerais – Unidade de Ubá (UEMG/UBÁ) pelo suporte técnico.

## Referências

Campos, Y.P.R., Sousa, T.A., Fernandes, R.S., 2020. *Estudo do módulo de Weibull aplicado em dados de ensaio de microdureza em cerâmica de  $Al_2O_3$* . Brazilian Journal of Development, 6(9), pp.73840-73852. <https://doi.org/10.34117/bjdv6n9-734>.

Fonseca, E.S., Tavares, F.G., Sousa, T.N.R., Morais, W.A., 2015. *Associação entre a morfologia de trincas de pisos cerâmicos e seu comportamento mecânico em fratura*. Cerâmica, 61(359), pp.303-308. <https://doi.org/10.1590/0366-69132015613591915>.

Junior, S., 2000. *Engineered Materials Handbook, Ceramics and Glass*. USA: ASM International.

Pinheiro, B.C.A., Holanda, J.N.F., 2010. *Efeito da temperatura de queima em algumas propriedades*

*mecânicas de cerâmica vermelha*. Cerâmica, 56(339), pp.237-243. <https://doi.org/10.1590/S0366-69132010000300005>.

Pinheiro, B.C.A., Estevão, G.M., Vitor, R.R., 2014. *Aplicação da estatística de Weibull na avaliação da tensão de ruptura a flexão de revestimento cerâmico*. Revista da Estatística da UFOP, 3(3), pp.169-173.

Rocha, D.A.P., Morais, W.A., 2020. *Análise dos dados de vida para ativos industriais utilizando a distribuição de Weibull 3P*. Tecnologia em Metalurgia, Materiais e Mineração, 17(1), pp.53-60. <https://doi.org/10.4322/2176-1523.2020203>.

Siqueira, F.B., Amaral, M.C., Bou-Issa, R.A., Holanda, J.N.F., 2016. *Influence of industrial solid waste addition on properties of soil-cement bricks*. Cerâmica, 62(363), pp.237-241. <https://doi.org/10.1590/0366-69132016623631969>.

Tavares, F.G., Morais, W. A., Fonseca, E.S., Sousa, T.N.R., 2014. *Analysis using the Weibull distribution with two and three parameters to determine the flexural strength of Ceramic Materials*. Unisant Science and Technology, 3(2), pp.76-81. Available at: <<https://periodicos.unisanta.br/index.php/sat/article/view/326>> [Accessed 21 January 2022].